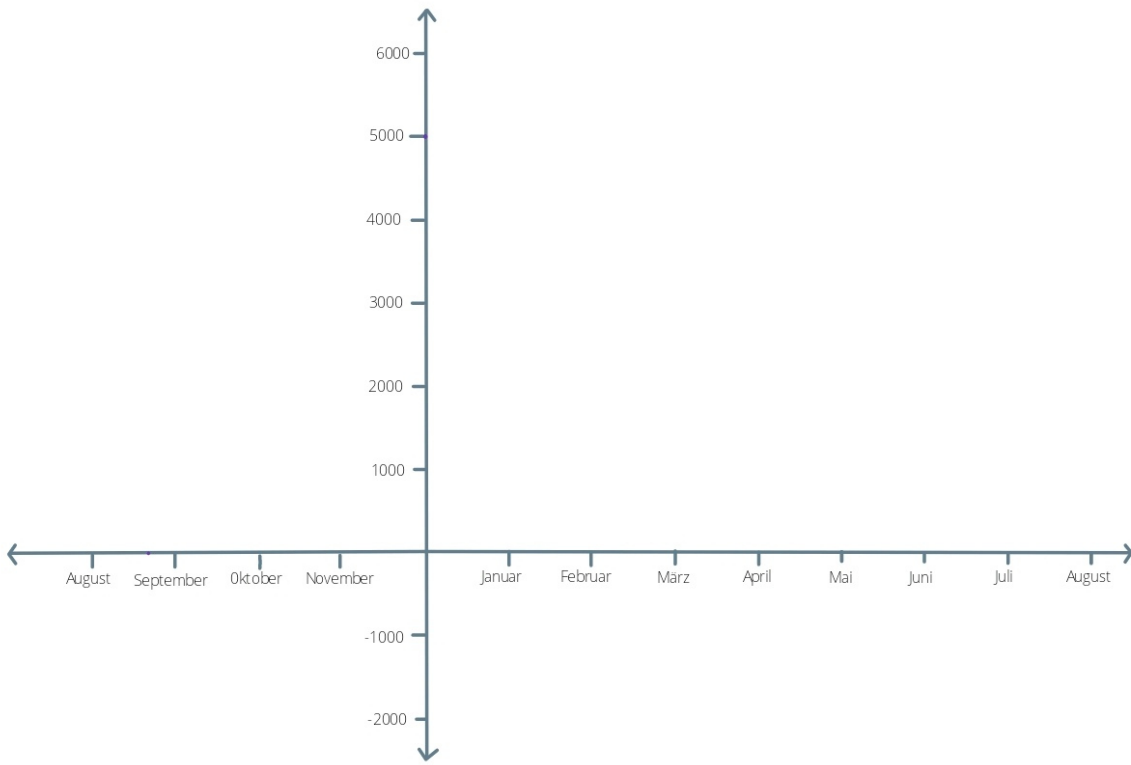


Klausurersatzleistung Mathematik

Die Schülerfirma der Eichendorffschule namens UP³ wurde Mitte August 2020 gegründet. Die Funktion $f(t) = \frac{5}{20} t^3 - 3 t^2 + 2 t + 50$ beschreibt den Gewinn der Schülerfirma mit dem Verkauf von recycelten Kfz-Kennzeichen, die u.a. in Stifthalter und Anhänger umfunktioniert werden, in einem Jahr. (t in Monaten, $-4 \leq t \leq 8$, f(t) in 100 Euro)

- In welchen Monaten erhält die Schülerfirma den höchsten und wann den niedrigsten Gewinn? Wie viel Euro beträgt der Gewinn in diesen Monaten?
- In welchem Monat erhält die Firma kein Geld?
- Wie viel Geld erhält die Firma im Dezember? Und wie viel im März?
- In welchem Intervall fällt ihr Gewinn fortwährend?
- In welchem Monat erleidet die Firma den radikalsten Verlust? Bestimme auch die Summe in diesem Monat.
- Die Firma besteht ein weiteres Jahr, wird diese in diesem mehr Erfolg erzielen? Prognostizieren Sie, ob der Gewinn der Firma steigt oder fällt.
- Die Schülerfirma der Brühlwiesenschule ist ebenfalls seit Mitte August in Betrieb. Die Funktion $h(t) = \frac{3}{10} t^3 - 4 t^2 + 10 t + 30$ beschreibt den Gewinn der Schülerfirma mit dem Verkauf von recycelbaren Handyhüllen. In welchem Monat überholt die Schülerfirma der Brühlwiesenschule die der Eichendorffschule? Welchen Gewinn haben zu dem Zeitpunkt beide Firmen erhalten?





(zugehörige Koordinatensystem)

MUSTERLÖSUNG

Eigenschaften

Funktion: $f(t) = \frac{5}{20}t^3 - 3t^2 + 2t + 50$

Ableitung: $f'(t) = \frac{3}{4}t^2 - 6t + 2$ $f''(t) = \frac{3}{2}t - 6$ $f'''(t) = \frac{3}{2}$

Definitionsbereich: \mathbb{R}

Symmetrie: $f(-t) \neq f(t) \rightarrow$ nicht Achsensymmetrisch

$f(-3) = -10,25$ $f(3) = 35,75$

$f(-t) \neq -f(t) \rightarrow$ nicht Punktsymmetrisch

$f(-3) = -10,25$ $f(3) = 35,75$

Legende: Ergebnis
 Zwischenergebnis

Aufgabe 1

a) Gesucht: Höchster und niedrigster Gewinn
 \hookrightarrow Hoch und Tiefpunkt

Bedingung I: $f'(t) = 0 \rightarrow \frac{3}{4}t^2 - 6t + 2 = 0$

$0 = \frac{3}{4}t^2 - 6t + 2 \quad | : \frac{3}{4}$

$0 = t^2 - 8t + \frac{8}{3} \quad | p-q\text{-Formel}$

$-\frac{-8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot \frac{8}{3}}}{2}$

$x_1 = 7,65$ $x_2 = 0,35$ einsetzen in $f(x)$

$f(0,35) = \frac{5}{20} \cdot 0,35^3 - 3 \cdot 0,35^2 + 2 \cdot 0,35 + 50$

$f(0,35) = 50,34$

$f(7,65) = \frac{5}{20} \cdot 7,65^3 - 3 \cdot 7,65^2 + 2 \cdot 7,65 + 50$

$f(7,65) = 1,65$

Bedingung II: $f''(t) > 0 \rightarrow$ Tiefpunkt

$f''(t) < 0 \rightarrow$ Hochpunkt

$f''(7,65) = \frac{3}{2} \cdot 7,65 - 6 = 5,475 \rightarrow$ Tiefpunkt

$f''(0,35) = \frac{3}{2} \cdot 0,35 - 6 = -5,475 \rightarrow$ Hochpunkt

ODER: Vorzeichenwechsel

$f'(0,34) = \frac{3}{4} \cdot 0,34^2 - 6 \cdot 0,34 + 2 = 0,0467$

$f'(0,36) = \frac{3}{4} \cdot 0,36^2 - 6 \cdot 0,36 + 2 = -0,0628$

\hookrightarrow „+“ nach „-“ \rightarrow Maximum

$f'(7,64) = \frac{3}{4} \cdot 7,64^2 - 6 \cdot 7,64 + 2 = -87,6172$

$f'(7,66) = \frac{3}{4} \cdot 7,66^2 - 6 \cdot 7,66 + 2 = 0,0467$

\hookrightarrow „-“ nach „+“ \rightarrow Minimum

Am meisten Gewinn bei $(0,35 | 50,34) \rightarrow 0,35 \hat{=} \text{Dezember}$ $50,34 \hat{=} 5034 \text{€}$

Am wenigsten Gewinn bei $(7,65 | 1,65) \rightarrow 7,65 \hat{=} \text{Juli}$ $1,65 \hat{=} 165 \text{€}$

Antwort: Die Schülerfirma erhält den höchsten Gewinn im Dezember mit 5034€ und den geringsten im Juli mit 165€

Aufgabe 2

b) Gesucht: kein Gewinn \rightarrow Nullstelle

Bedingung: $f(t) = 0 \quad \frac{5}{20}t^3 - 3t^2 + 2t + 50 = 0$

Rechnung: 1) 1. Nullstelle erraten $x_1 = -3,3576$

2) Polynomdivision

$$\begin{array}{r} \frac{5}{20}x^3 - 3x^2 + 2x + 50 : x + 3,3576 = \frac{5}{20}x^2 - 3,8394x + 14,8912 \\ - \left(\frac{5}{20}x^3 + 0,8394x^2 \right) \\ \hline -3,8394x^2 + 2x + 50 \\ - (-3,8394x^2 - 12,8916944x) \\ \hline 14,8916944x + 50 \\ - (14,8916944x + 49,999) \\ \hline 0,001 \approx 0 \end{array}$$

3) P-q-Formel: $0 = \frac{5}{20}x^2 - 3,8394x + 14,8916944 \quad | : \frac{5}{20}$

$0 = x^2 - 15,3576x + 59,564676$

$-\frac{-15,3576 \pm \sqrt{(-15,3576)^2 - 4 \cdot 59,564676}}{2}$

$x_2 = / \quad x_3 = /$

$-3,3576 \hat{=} \text{Mitte August}$

Antwort: Mitte August erhält die Schülerfirma kein Geld.

MUSTERLÖSUNG

Aufgabe 3

c) Gesucht: Gewinn im Dezember \rightarrow Y-Achsenabschnitt
Gewinn im März

$$S_0 \hat{=} 5000 \text{ €}$$

$$35,75 \hat{=} 3575 \text{ €}$$

Bedingung: $x=0$ / $x=3$

Antwort: Im Dezember erhält die Firma 5000 € und im März 3575 €

$$\text{Rechnung: } f(0) = \frac{5}{20} \cdot 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 50 = 50 \quad (0 | 50)$$

$$f(3) = \frac{5}{20} \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 + 50 = 35,75 \quad (3 | 35,75)$$

Aufgabe 4

d) Gesucht: Intervall mit fallender Steigung

$$\text{Intervall: } [0,35; 7,65]$$

[Dezember; Juli]

Bedingung: $f'(x) < 0$

$$\text{Rechnung: } f'(x) = 0 \quad \frac{3}{4}x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$0 = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 2 \quad | : \frac{3}{4}$$

$$0 = x^2 - 8x + \frac{8}{3} \quad | P-q$$

$$x_1 = 7,65 \quad x_2 = 0,35$$

Antwort: Der Gewinn fällt im Intervall von Dezember bis mitte Juli fortwährend.

Aufgabe 6

e) Gesucht: radikalster Verlust \rightarrow größte Steigung \rightarrow Wendepunkt

$$\text{Bedingung: } f''(x) = 0 \quad \frac{3}{2}x - 6 = 0$$

$$\text{Rechnung: } \frac{3}{2}x - 6 = 0 \quad | +6$$

$$\frac{3}{2}x = 6 \quad | : \frac{3}{2}$$

$$x = 4 \quad | \text{ in } f(x)$$

$$f(4) = \frac{5}{20} \cdot 4^3 - 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 50$$

$$f(4) = 26$$

$$(4 | 26) \quad 4 \hat{=} \text{April}$$

$$26 \hat{=} 2600 \text{ €}$$

Antwort: Im April erleidet die Firma U_p^3 den stärksten Verlust und hat eine Summe von 2600 €.

Aufgabe 6

f) Gesucht: Gewinn oder Verlust im nächstem Jahr
 \rightarrow Verhalten $t \rightarrow \infty$

Bedingung: $\lim_{x \rightarrow \infty} = f(x)$

$$\text{Rechnung: } \lim_{x \rightarrow \infty} = \frac{5}{20}x^3 - 3x^2 + 2x + 50$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} = \infty$$

Funktion 3. Grades \rightarrow Gewinn steigt

Antwort: Im nächstem Jahr wird die Firma wahrscheinlich an Geld gewinnen.

MUSTERLÖSUNG

Aufgabe 7

- g) Gesucht: Zeitpunkt des Einholens
↳ Schneide $h(x)$ und $f(t)$

Bedingung: $f(t) = h(t)$

$$\text{Rechnung: } \frac{5}{20}t^3 - 3t^2 + 2t + 50 = \frac{3}{10}t^3 - 4t^2 + 10t + 30$$

$$= \frac{1}{4}t^3 - 3t^2 + 2t + 50 = \frac{3}{10}t^3 - 4t^2 + 10t + 30 \quad | -\frac{3}{10}t^3$$

$$= -\frac{1}{20}t^3 - 3t^2 + 2t + 50 = -4t^2 + 10t + 30 \quad | +4t^2$$

$$= -\frac{1}{20}t^3 + t^2 + 2t + 50 = 10t + 30 \quad | -10t$$

$$= -\frac{1}{20}t^3 + t^2 - 8t + 50 = 30 \quad | -30$$

$$= -\frac{1}{20}t^3 + t^2 - 8t + 20 = 0 \quad | \text{raten}$$

$$x_1 = 4,353 \hat{=} \text{April}$$

in $f(x)$ einsetzen

$$f(4,353) = \frac{5}{20} \cdot 4,353^3 - 3 \cdot 4,353^2 + 2 \cdot 4,353 + 50$$

$$f(4,353) = 22,481 \hat{=} 2248,1 \text{ €}$$

Antwort: Die Schälerfirma der Eichendorffschule wurde Mitte April von der Brühlwiesenschule überholt. Beide Firmen hatten währenddessen einen Gewinn von 2248,1 €.

